

Příprava na přijímací zkoušky

Závěrečné úlohy

www.sedovamatika.cz

„Některé z příkladů použité v tomto pdf jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.ceremat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

aktualizace: 29. 10. 2025

Úlohy na periodu 2

1) (Cermat 2019) Při spuštění programu je obrazovka monitoru prázdná. Při každém pípnutí se situace na obrazovce mění:

- Při prvním, třetím a každém lichém pípnutí se objeví 2 nové čárky |.
- Při druhém, čtvrtém a každém sudém pípnutí se objeví 2 nové pomlčky —.
- Při každém čtvrtém pípnutí však jedna nová pomlčka překříží jednu čárku na obrazovce a místo nich vidíme plus +.

Na obrazovce tak mohou být tři různé symboly: „čárka“ |, „pomlčka“ — a „plus“ +.

Symbols na obrazovce

při 1. pípnutí (2 symboly): ||

při 2. pípnutí (4 symboly): || — —

při 3. pípnutí (6 symbolů): || — — ||

při 4. pípnutí (7 symbolů): || — — | + —

při 5. pípnutí (9 symbolů): || — — | + — || (5krát |, 3krát — a 1krát +)

atd.



Perioda 4 pípnutí

|| — — 3
— — — 3
+ ... 1 } 7 symbolů

Určete, jaký je na obrazovce počet

a) symbolů „pomlčka“ — při 10. pípnutí, $\rightarrow 8$ pípnutí

b) všech symbolů při 60. pípnutí, $60 : 4 = 15 \text{ period} \dots 15 \cdot 7 = 105 \text{ symbolů}$

c) symbolů „čárka“ | právě ve chvíli, kdy se objevil 7. symbol „plus“ +.

$\rightarrow \dots 7 \text{ period (poslední pípnutí periody)}$

$7 \cdot 3 = 21 \text{ čárek}$

2) (Cermat 2019) Při spuštění programu je obrazovka monitoru prázdná. Při každém pípnutí se situace na obrazovce mění:

- Při prvním, třetím a každém lichém pípnutí se objeví 2 nová plus +.
- Při druhém, čtvrtém a každém sudém pípnutí se objeví 2 nová krát ×.
- Při každém třetím pípnutí se navíc spojí jedno plus + a jedno krát ×, a místo nich pak vidíme pouze jednu hvězdičku *.

Na obrazovce tak mohou být tři různé symboly: „plus“ +, „krát“ × a „hvězdička“ *.

Symbols na obrazovce

při 1. pípnutí (2 symboly): ++

při 2. pípnutí (4 symboly): ++ × ×

při 3. pípnutí (5 symbolů): ++ × * +

při 4. pípnutí (7 symbolů): ++ × * + × × (3krát +, 3krát × a 1krát *)

...

při 7. pípnutí (12 symbolů): ++ × * + × × + * × ++

atd. 11 pípnutí: ++ × * + × × + * × ++

12 pípnutí: ++ × * + × × + * × ++

Perioda

Perioda

+ 4
× 4
* 2 } 10 symbolů

$30 : 6 = 15 \text{ period}$

$15 \cdot 10 = 150 \text{ symbolů}$

8 hvězdiček

Určete, jaký je na obrazovce počet

a) symbolů „plus“ + při 11. pípnutí, $\rightarrow 9$ symbolů (+)

b) všech symbolů při 90. pípnutí, $\rightarrow 150$ symbolů

c) symbolů „krát“ × právě ve chvíli, kdy se objevil 9. symbol „hvězdička“ *.

$\rightarrow 17$ znaků (×)

9 symbolů ... 4 periody + zbytek
(×) 4 · 4 = 16 + 1 = 17

Úlohy, kde rozdělujeme čísla do skupin

1) (Cermat 5. ročník 2017) Obrazovka monitoru je prázdná. Po zaznění zvukového signálu se každou sedmou sekundu objeví na obrazovce 4 nová kolečka. Každou jedenáctou sekundu naopak 3 kolečka z obrazovky zmizí. Pokud by měly obě akce proběhnout ve stejném okamžiku, počet koleček na obrazovce se nezmění.

a) Určete počet koleček na obrazovce 1 minutu po zaznění zvukového signálu

$$60 : 7 = 8$$

$$60 : 11 = 5$$

$$\begin{aligned} & \text{L} \rightarrow 60 \text{ s} \\ & 8 \cdot 4 - 5 \cdot 3 = 32 - 15 = 17 \\ & \text{L} \rightarrow 300 \text{ s} \end{aligned}$$

b) Určete počet koleček na obrazovce 5 minutu po zaznění zvukového signálu

zvukové signály se potkají 77 s

$$300 : 77 = 3 \text{ zb. } 69$$

L → 3x se nic nestane!

$$39 \cdot 4 - 24 \cdot 3 = 156 - 72 = 84 \text{ koleček}$$

7s
0000
11s
0000
14s
0 0000
21
0 0000 0000
22
0 0000 0000

$$\begin{aligned} 300 : 7 &= 42 \times \text{Přibídanou } 0000 \\ 20 &- 3 \\ 80 &- 3 \end{aligned}$$

2) (Cermat 2021) Do řady po sobě jdoucích kladných celých čísel přidáme za každé číslo dělitelné třemi toto číslo ještě jednou. Nová řada tak všechna čísla dělitelná třemi obsahuje dvakrát. V nové řadě je na 1. až 17. místě následujících 17 čísel:

1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 12, 12, 13, ...

a) Na kolikátém místě nové řady je číslo 100?

133. místo

1 2 3 3 4 5 6 6 1 - 99
4 místo ↔ 3 čísla

0 třetinu víc míst
 $99 \cdot \frac{4}{3} = 132 \dots$

99 99 100
131 132 133

b) Které číslo je na 100. místě nové řady?

každé 4. číslo je nové

$$100 \cdot \frac{3}{4} = 75$$

c) Na kolika místech nové řady je mezi čísly 1 až 101 uvedeno sudé číslo?

1. - 134.

$$134 : 8 = 16 \text{ řad po 8 číslech}$$

$$128 \cdot \frac{3}{4} = 96$$

8 míst → 4 suda
(1 2 3 3 4 5 6 6) + 8 9 9 10 11 12 12

97 98 99 99 100 101
36 128
Polovina suda 64 + 2 = 66 čísel

3) (Cermat 2022) Řada je vytvořena z celých čísel. První trojice čísel je 0, 1, 2. Každou další trojici vytvoříme tak, že jednotlivá čísla z předchozí trojice zvětšíme o 1. V řadě je na 1. až 18. místě následujících 18 čísel:

0, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 5, 6, 7, ...

liché je pořadí každé 2.

a) Na kolikátém místě řady je poprvé číslo 12?

33 místo

b) Na kolika místech řady je mezi prvními 125 čísly uvedeno liché číslo?

$$125 : 2 = 62 \text{ zb. } 1$$

L → sudé

62 míst

0 1 2
1 2 3
2 3 4
3 4 5
4 5 6
...
10 11 12

11 · 3 = 33

c) Které číslo je na 152. místě řady?

číslo 51

43 50 51
50 51
150 čísel

Úlohy na čtverec 1

(Cermat 5. ročník 2016) Ve čtverci jsou obě úhlopříčky překryty tmavými čtverečky s délkou strany 4 cm podobně jako na obrázku. Zbytek plochy čtverce je bílý.

zbylých 18

$$18 : 4 = 7$$

- a) Vypočítejte délku strany čtverce, který má celkem 9 tmavých čtverečků.

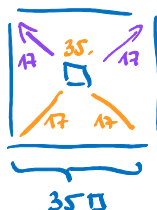
20 cm

- b) Vypočítejte délku strany čtverce, který má celkem 29 tmavých čtverečků.

60 cm

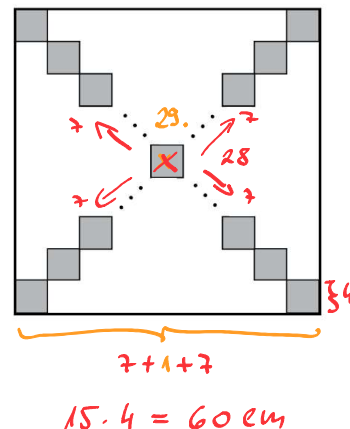
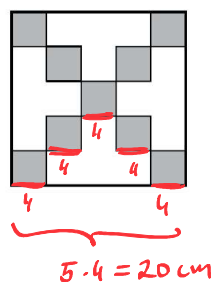
- c) Vypočítejte celkový počet tmavých čtverečků, je-li délka strany čtverce 140 cm.

$$140 : 4 = 35$$



$$34 : 2 = 17$$

$$4 \cdot 17 + 1 = 68 + 1 = 69 \text{ čtverečků}$$



2) (Cermat 2018)

Shodné čtverce jsou podle jednotného pravidla rozděleny vždy na světlou a tmavou plochu.

Obě plochy se liší o 3, 4 nebo více čtverečků, které lze vyznačit po úhlopříčce.

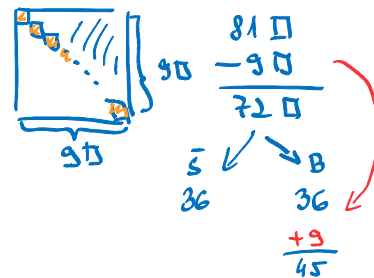


Poměr velikostí světlé a tmavé plochy u prvního zobrazeného čtverce je 6:3 a v základním tvaru jej zapisujeme 2:1.

- a) Zapište v základním tvaru poměr velikostí světlé a tmavé plochy čtverce, jestliže se obě plochy liší o 9 čtverečků vyznačených po úhlopříčce.

$$45 : 36 \quad / : 9$$

$$5 : 4$$

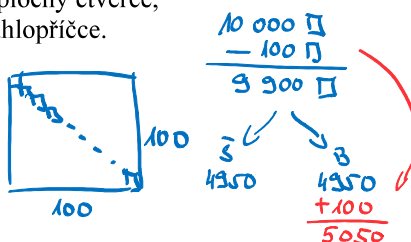


- b) Zapište v základním tvaru poměr velikostí světlé a tmavé plochy čtverce, jestliže se obě plochy liší o 100 čtverečků vyznačených po úhlopříčce.

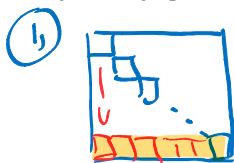
$$5050 : 4950 \quad / : 10$$

$$505 : 495 \quad / : 5$$

$$101 : 99$$



- c) Určete počet čtverečků vyznačených po úhlopříčce, jestliže je poměr velikostí světlé a tmavé plochy 13:11.



$$11 : 2 : 11$$

12

úhlopříčka tvoří $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ obsahu
řádků je 12
protože úhlopříčka tvoří $\frac{1}{12}$

12



$$\frac{n^2 - n}{2}$$

$$\frac{n^2 - n}{2} + n = \frac{13}{11} \left(\frac{n^2 - n}{2} \right) \quad / \cdot 22$$

$$11n^2 - 11n + 22n = 13n^2 - 13n$$

$$0 = 2n^2 - 24n$$

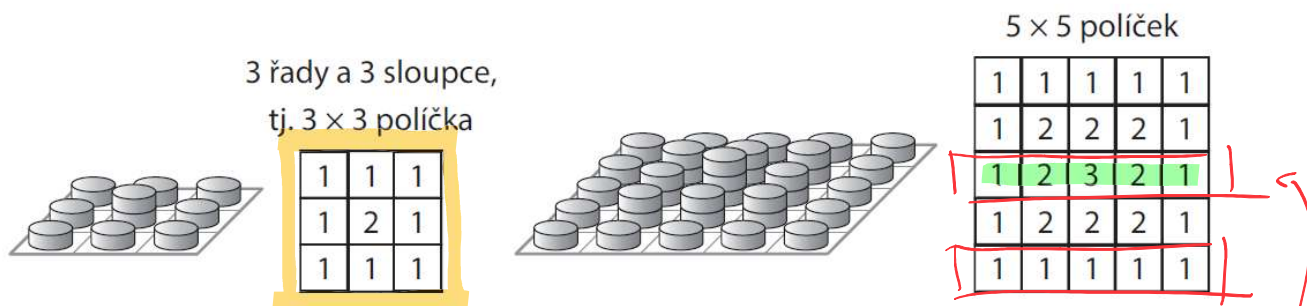
$$0 = 2n(n - 12)$$

$$n_1 = 0$$

$$n_2 = 12$$

Úlohy na čtverec 2

1) (Cermat 2019) Na čtvercovou desku s lichým počtem políček rozmístíme žetony obdobným způsobem jako na obrázku a rozmístění a počty žetonů zaznamenáme do tabulky.



Následující kroky popisují, jak rozmístíme žetony na čtvercovou desku.

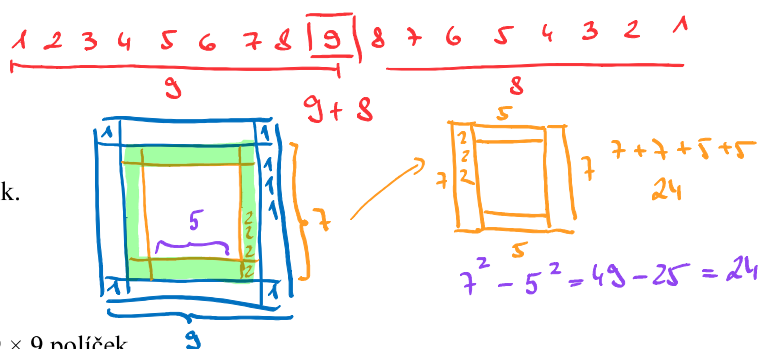
Na každé políčko po obvodu desky položíme 1 žeton. Následující kroky: Vybereme vždy všechna prázdná políčka, která bezprostředně sousedí s obsazenými políčky, a na každé z nich položíme o 1 žeton více, než jsme pokládali na jednotlivá políčka v předchozím kroku. Největší počet žetonů tak bude na prostředním políčku desky.

a) Čtvercová deska má na prostředním políčku 9 žetonů. Určete, kolik políček je v každé řadě této čtvercové desky.

17

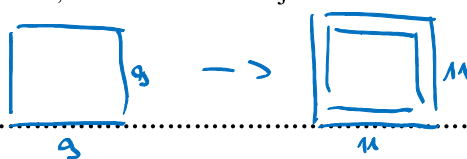
b) Žetony rozmístíme na čtvercovou desku, která má 9×9 políček. Určete počet všech políček, na nichž leží právě 2 žetony.

24



c) Žetony rozmístíme na dvě čtvercové desky, z nichž jedna má 9×9 políček, druhá 11×11 políček. Určete, o kolik více žetonů je na větší desce než na menší desce.

121



1. krok zveřejníme pole
2. krok přidáme 1 žeton na pole
 $11 \cdot 11 = 121$

2) (Cermat 2020) Čtvercová deska má v každé řadě i v každém sloupci 15 polí.

V prvním tahu se položí jeden žeton na prostřední pole desky.

Ve druhém a každém dalším tahu se položí po jednom žetonu na všechna neobsazená pole, která svou stranou sousedí s poli obsazenými žetony v předchozích tazích.

Teprve po posledním tahu bude ležet na každém poli desky jeden žeton.

Na obrázku je stav bezprostředně po třetím tahu. Číslo určuje, v kolikátém tahu se žeton položí na desku. (Není zobrazena celá deska.)

8 7 6 5 4 3 2 1 2 3 4 5 6 7 8

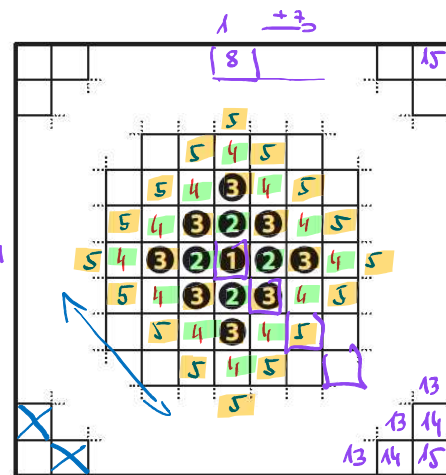
8 + 7 = 15 polí

Určete, kolik žetonů bude celkem na desce bezprostředně po pátém tahu,

1. dokreslit
přímou do pole

11, způsob

$$5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41 \text{ polí}$$



Určete, kolik žetonů se na desku položí v posledním tahu,

4.1 = 4

poslední
tah
! 4 roky

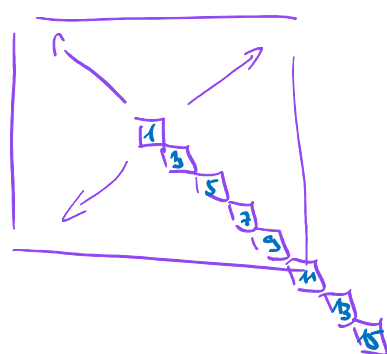
Určete, kolik neobsazených polí bude na desce bezprostředně po 12. tahu.

1. krok → v rohu je 15 tah

2. dokreslit

→ každý roh 6 polí

6.4 = 24



Úlohy na čtverec 3

1) (Cermat 2024) Obrazce jsou tvořeny z velkých bílých a malých tmavých kruhů podle určitého pravidla. První obrazec tvoří jeden velký bílý kruh. Druhý obrazec tvoří čtyři bílé kruhy, jejichž středy tvoří vrcholy čtverce, a jeden tmavý kruh uprostřed. Každé dva sousední kruhy mají společný právě jeden bod. Třetí obrazec je sestaven za dodržení pravidla vytváření obrazců tak, že jej tvoří devět bílých kruhů a čtyři kruhy tmavé. Daným způsobem sestavujeme další obrazce.

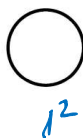
a) Kolik velkých bílých kruhů obsahuje osmý obrazec?

$$8^2 = \boxed{64}$$

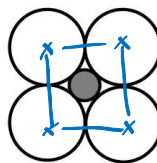
b) Kolikátý obrazec obsahuje 361 malých tmavých kruhů?

$$\sqrt{361} = 19 \text{ tmavých} \\ \rightarrow 20 \text{ bílých} - 20 \text{ obrazec}$$

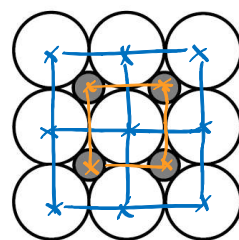
1. obrazec



2. obrazec



3. obrazec



...

2) (Cermat 2020) V počítačové hře má každé čtvercové město následující vlastnosti:

– Čtverečky představují **domy** a ve všech řadách i sloupcích je jich stejný počet.

– Mezi každými dvěma sousedními domy prochází jedna **ulice**; je přímá a spojuje protější okraje města. Libovolné dvě ulice jsou buď rovnoběžné, nebo k sobě kolmé.

– Každé dvě navzájem kolmé ulice mají společnou **křižovatku**. Na obrázku jsou dvě nejmenší čtvercová města.

a) Kolik **křižovatek** je ve městě se 36 domy?

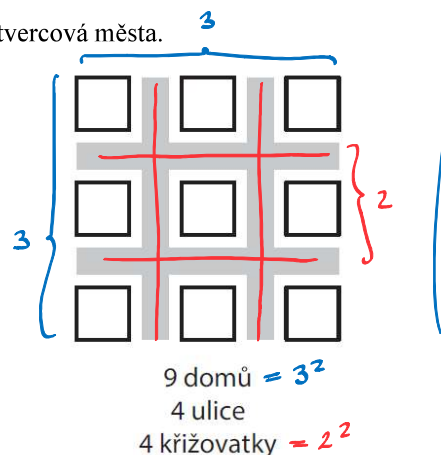
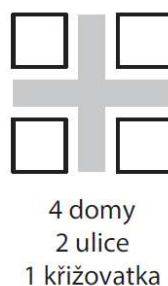
$$\sqrt{36} = 6 \text{ domů v řadě} \\ 5 \text{ ulic v řadě} \rightarrow 5 \cdot 5 = \boxed{25 \text{ křižovatek}}$$

b) Kolik **ulic** je ve městě se 36 křižovatkami?

$$\sqrt{36} = 6 \text{ ulic v řadě} \leftarrow \\ + 6 \text{ ulic kolmo k nim} \downarrow \quad \boxed{12 \text{ ulic}}$$

c) Kolik **domů** je ve městě se 36 ulicemi?

$$\begin{array}{c} \text{Domy} \\ \leftarrow 18 \rightarrow \\ \uparrow 18 \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Domy} \\ \leftarrow 13 \rightarrow \\ \uparrow 13 \downarrow \end{array} \quad 19^2 = \boxed{361}$$



3) (Cermat 2023) Vybarvováním některých prázdných polí čtvercové sítě postupně vytváříme obrazce. Prvním obrazcem je jedno světle vybarvené pole čtvercové sítě. Každý další obrazec vytvoříme z předchozího obrazce tak, že vybarvíme všechna prázdná pole, která mají s předchozím obrazcem společné pouze vrcholy. Tato nově vybarvená pole jsou u sudých obrazců tmavá a u lichých obrazců světlá. Druhý obrazec jsme vytvořili z prvního obrazce vybarvením 4 dalších polí tmavou barvou. Třetí obrazec má celkem 13 polí (9 světlých a 4 tmavé) a vytvořili jsme jej z druhého obrazce vybarvením 8 dalších polí světlou barvou.

a) Vybarvením kolika dalších polí jsme z 8. obrazce vytvořili 9. obrazec?

$$9 + 9 + 7 + 7 = \boxed{32}$$

b) O kolik se liší počet tmavých a světlých polí v 10. obrazci?

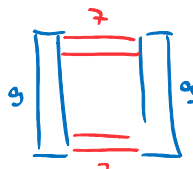
$$\boxed{0 \quad 19}$$

$$\begin{array}{l} \text{Sude} \\ \text{tm. } 10^2 \\ 100 - 81 = 19 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{sv. } 9^2 \\ 81 \end{array}$$

c) Kolik světlých polí může mít obrazec, který má 400 tmavých polí? Najděte všechna řešení.

$$\boxed{361 \text{ a } 441}$$

$$400 \text{ tm.} \rightarrow 20^2 \rightarrow \begin{array}{l} 20^2 \\ 19^2 - 361 \\ 21^2 - 441 \end{array}$$

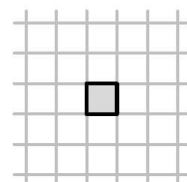


1. obr
1² světl.

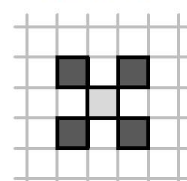
2. obr
1² sv
2² tm

3. obr.
2² tm
3² svet

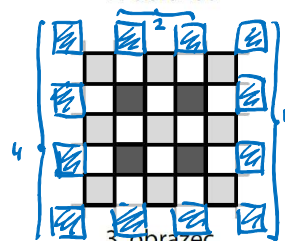
4. obr.
3² sv.
4² tm



1. obrazec



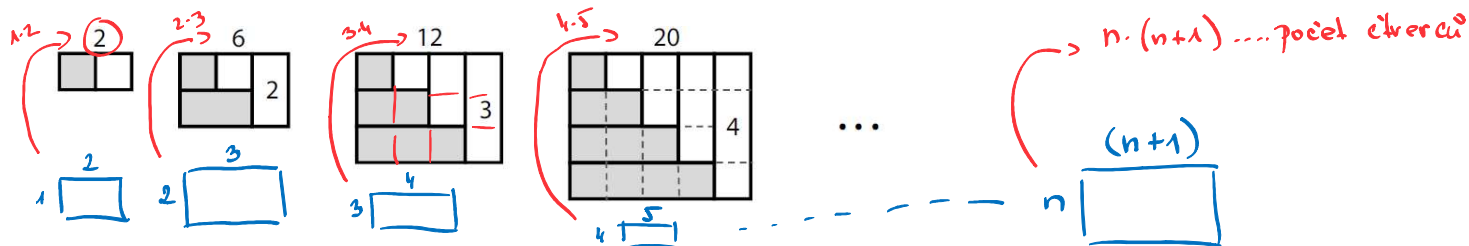
2. obrazec



3. obrazec

Úlohy na obdélník 1

1) Ze stejně velkých čtverečků se podle jednotného pravidla sestavují obdélníky.



První obdélník obsahuje 2 čtverečky. Každý další obdélník vznikne tak, že se k předchozímu obdélníku přidá nejprve dole jedna řada tmavých čtverečků a poté vpravo jeden sloupec bílých čtverečků. Číslo nahoře nad obdélníkem vždy uvádí počet všech čtverečků v obdélníku, číslo vpravo uvádí počet bílých čtverečků v nejdelším z přidaných sloupců.

U každého z následujících obdélníků je chybějící počet nahrazen otazníkem.

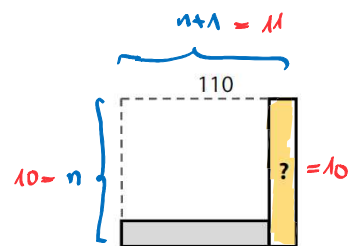
a) Obdélník obsahuje celkem 110 čtverečků.

Určete počet bílých čtverečků v nejdelším z přidaných sloupců.



$$n \cdot (n+1) = 110$$

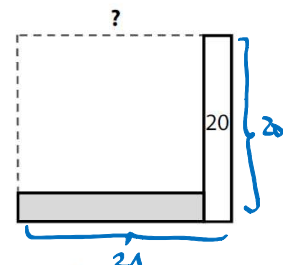
$$\frac{9 \cdot 10}{10 \cdot 11} = 110$$



b) Nejdelší z přidaných sloupců obsahuje 20 bílých čtverečků.

Určete počet všech čtverečků v obdélníku.

$$20 \cdot 21 = 420$$



c) Počet čtverečků v obdélníku je větší než 900, ale menší než 1 000.

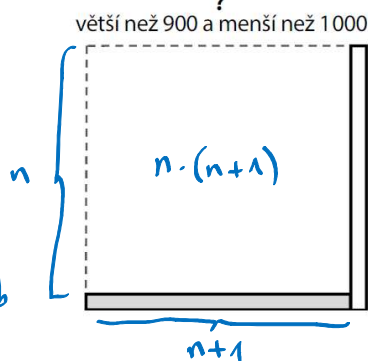
Určete přesný počet čtverečků v obdélníku. Najděte všechna možná řešení.

$$\begin{array}{r} 31 \\ 32 \\ \hline 62 \\ 33 \\ \hline 992 \end{array}$$

$$n \cdot (n+1) =$$

$$\begin{array}{l} 29 \cdot 30 \\ 30 \cdot 31 = 930 \checkmark \\ 31 \cdot 32 = 992 \checkmark \end{array}$$

$$930; 992$$



2) (Cermat 2019, Cermat 5. ročník 2019) Obdélníková mozaika z bílých a šedých čtverců se tvoří podle následujících pravidel:

– Počet sloupců v obdélníku je o 1 větší než počet řad.

– Šedý obdélník obklopují bílé čtverce pouze v jedné vrstvě.

a) kolik šedých čtverců je v mozaice, která obsahuje celkem 12 řad,

$$12 \cdot 13 = 156$$

b) kolik šedých čtverců je v mozaice, která má 70 bílých čtverců,

$$18 \cdot 19 = 342$$

c) kolik bílých čtverců je v mozaice, která má celkem 380 čtverců (šedých i bílých).

$$n \cdot (n+1) = 380$$

$$19 \cdot 20 = 380$$

$$n = 19$$

$$18 \cdot 19$$

$$\text{Bílé: } 4n - 2$$

$$4 \cdot 19 - 2 = 76 - 2 = 74$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \cdot 16 \\ \hline 102 \\ 119 \\ \hline 272 \end{array}$$

$$\text{Bílé: } 4n - 2$$

$$4n - 2 = 70$$

$$4n = 72$$

$$n = 18$$

Úlohy na obdélník 2

1) Ve čtvercové síti vytváříme různé obdélníky s vrcholy v mřížových bodech, obdobně jako na obrázku. (Na obrázku je jeden z možných obdélníků, a to s rozměry 8 cm a 4 cm.) Uvnitř obdélníku zakreslíme v každém mřížovém bodě hvězdičku. Hvězdičky nejbližší hranici obdélníku budou tmavé a ostatní bílé.

a) Určete počet všech hvězdiček v obdélníku s rozměry 81 cm a 20 cm.

$$\begin{array}{r} 80 \\ \cdot 19 \\ \hline 720 \\ 80 \\ \hline 1520 \end{array}$$

81 cm ... 80 hvězdiček
20 cm ... 19 hvězdiček

$$80 \cdot 19 = 1520$$

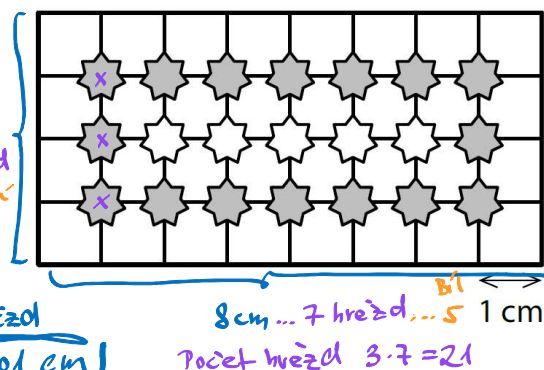
b) Obdélník, jehož jeden rozměr je 50 cm, obsahuje celkem 9 800 hvězdiček. Určete v cm druhý rozměr tohoto obdélníku.

50 cm ... 49 hvězdiček

$$49 \cdot x = 9800$$

$$x = 9800 : 49 = 200 \text{ hvězdiček}$$

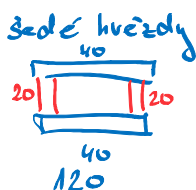
→ 201 cm



c) Vypočítejte, o kolik se liší počty bílých a tmavých hvězdiček v obdélníku s rozměry 41 cm a 23 cm.

41 cm ... 40 hvězdiček
23 cm ... 22 hvězdiček

Bílé hvězdičky
38
20
760

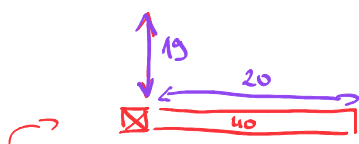


40 · 22 = 880

Bílé
760
Šedé
120

$$760 - 120 = 640$$

2) Každý obrazec tvaru obdélníku je složen z malých šedých čtverečků a větších bílých čtverečků. Všechny šedé čtverečky jsou stejné a jsou poskládány do spodní řady a do levého sloupce. Zbytek obrazce tvoří bílé čtverečky. Každý bílý čtvereček má dvakrát delší stranu než šedý. První obrazec má ve spodní řadě 5 šedých čtverečků a v levém sloupci 3 šedé čtverečky. Skládá se celkem z 9 čtverečků (bílých i šedých dohromady). Každý další obrazec má oproti předchozímu vždy o 2 šedé čtverečky více jak ve spodní řadě, tak i v levém sloupci.



a) Obrazec má ve spodní řadě 41 šedých čtverečků. Určete počet bílých čtverečků v obrazci.

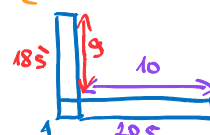
$$20 \cdot 19 = 380$$

b) V obrazci je 90 bílých čtverečků. Určete počet šedých čtverečků v obrazci.

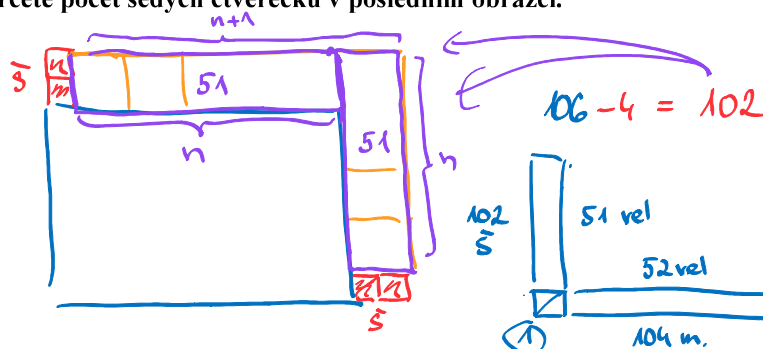
$$20 + 1 + 18 = 39$$

$$n \cdot (n+1) = 90$$

$$9 \cdot 10$$



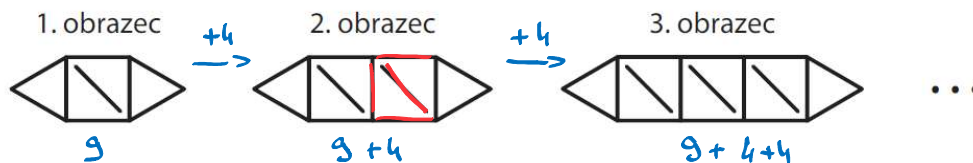
c) Počet všech čtverečků (bílých i šedých dohromady) v posledním a v předposledním obrazci se liší o 106. Určete počet šedých čtverečků v posledním obrazci.



$$102 + 104 + 1 = 207$$

Úlohy na obdélník 3

(Cermat 5. ročník 2020) První obrazec je sestaven z 9 sirek, druhý obrazec je sestaven ze 13 sirek a třetí i všechny následující obrazce se postupně zvětšují podle téhož pravidla.



a) Určete, o kolik sirek má 5. obrazec více než 3. obrazec,

$$+4 +4$$

10 8 sirek

b) Určete, z kolika sirek je sestaven 20. obrazec,

$$1 \rightarrow 20 \dots 19 \times \text{zvětšíme} \quad 9 + 19 \cdot 4 = \underline{85 \text{ sirek}}$$

c) Určete, kolikátý obrazec je sestaven ze 129 sirek.

$$\begin{array}{l} 1. \text{ob} \\ 9 \rightarrow 129 \end{array}$$

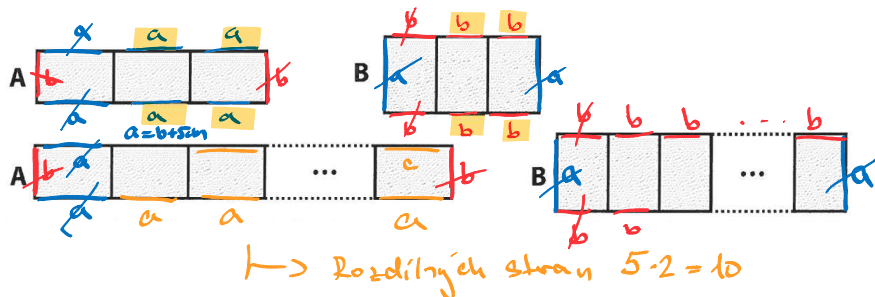
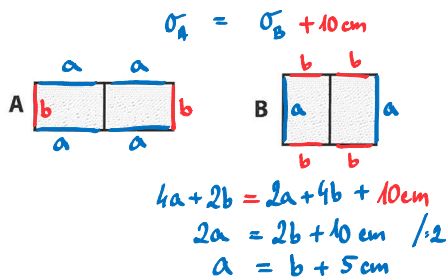
$$\begin{array}{l} 129 - 9 = 120 \\ 120 : 4 = 30 \end{array}$$

31. obrazec

2) (Cermat 2017) Dva nebo více shodných obdélníků poskládáme těsně vedle sebe do jedné řady. Pokud se každé dva sousední obdélníky dotýkají kratší stranou, vznikne obrazec typu A, dotýkají-li se delší stranou, vznikne obrazec typu B. Obvody obrazců typu A a B složených ze dvou obdélníků se liší o 10 cm.

platí:

Přidáme-li k oběma obrazcům další obdélníky, rozdíl mezi obvody obou obrazců se změní.



a) Vypočítejte, o kolik cm se liší obvody A a B, obsahuje-li každý z nich tři obdélníky.

$$4 \cdot 5 = \underline{20 \text{ cm}}$$

b) Vypočítejte, o kolik cm se liší obvody obrazců A a B, obsahuje-li každý z nich šest obdélníků

$$10 \cdot 5 = \underline{50 \text{ cm}}$$

c) Obvody obrazců A a B, které obsahují stejný počet obdélníků se liší o 100 cm. Vypočítejte, z kolika obdélníků je složen jeden z těchto obrazců.

11

$$\begin{array}{ll} 2 \square & \text{liší } 10 \\ 3 \square & \text{liší } 20 \\ 4 \square & \text{liší } 30 \\ 6 \square & \text{liší } 50 \\ \vdots & \\ 11 \square & \text{liší } 100 \end{array}$$

3) (Cermat 2021) První čtverec má obvod 60 cm. Každý další čtverec je sestaven z několika shodných obdélníků. Každý z těchto obdélníků má obvod 60 cm. Druhý čtverec je sestaven ze dvou shodných obdélníků, třetí ze tří shodných (užších) obdélníků, čtvrtý ze čtyř shodných (ještě užších) obdélníků atd.

a) Vypočítejte v cm délku strany třetího čtverce.

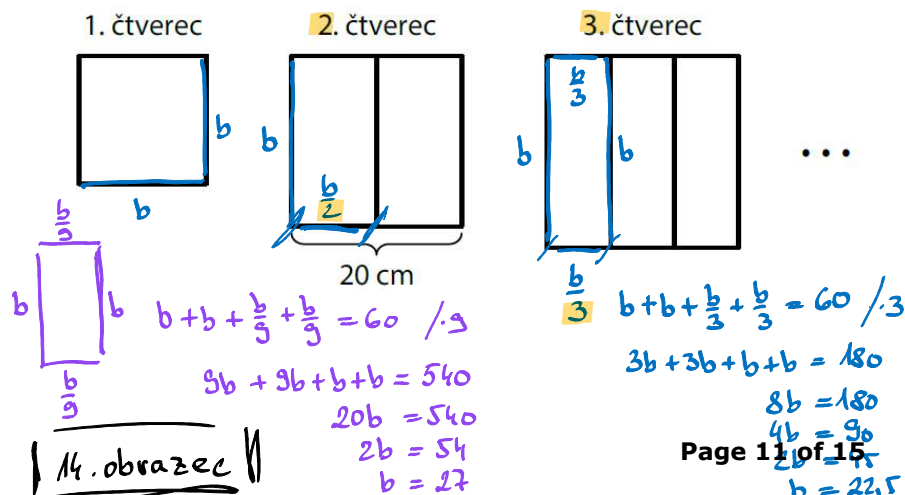
$$\underline{22,5 \text{ cm}}$$

b) Vypočítejte v cm obvod devátého čtverce.

$$o = 4 \cdot 27 = \underline{108 \text{ cm}}$$

c) Určete, kolikátý čtverec má stranu délky 28 cm.

$$\begin{aligned} \underbrace{28 + 28}_{56} + \frac{28}{x} + \frac{28}{x} &= 60 & 28 + 28 &= 4x \\ 56 &= 4x & 56 &= 4x \\ x &= 14 & 14 &= x \end{aligned}$$



Úlohy na čtverec i obdélník

1) (Cermat 2018) Pro každou dvojici obdélníků sestavených ze stejného počtu čtverečků platí: Vyšší z obou obdélníků má vždy o jednu řadu čtverečků více než nižší obdélník. Vyšší obdélník vznikne z nižšího obdélníku přesunutím několika sloupců do horní řady. Počet přesunutých sloupců je vždy o 1 menší, než je počet řad v nižším obdélníku. Tedy z obdélníku s 2 řadami se přemístí 1 sloupec, z obdélníku s 3 řadami 2 sloupce apod.

- a) V jedné dvojici obdélníků má nižší obdélník 21 řad.
V této dvojici určete počet sloupců ve vyšším obdélníku.

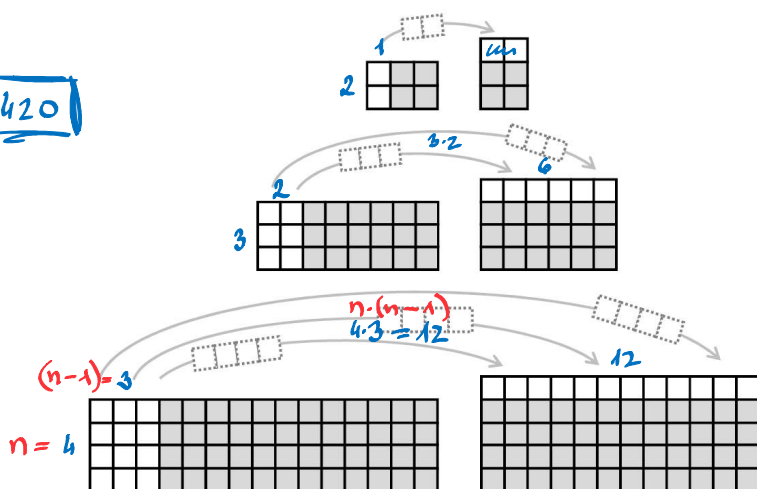


- b) V jiné dvojici obdélníků má vyšší obdélník 110 sloupců.
V této dvojici určete počet řad v nižším obdélníku.

$$n \cdot (n-1) = 110$$

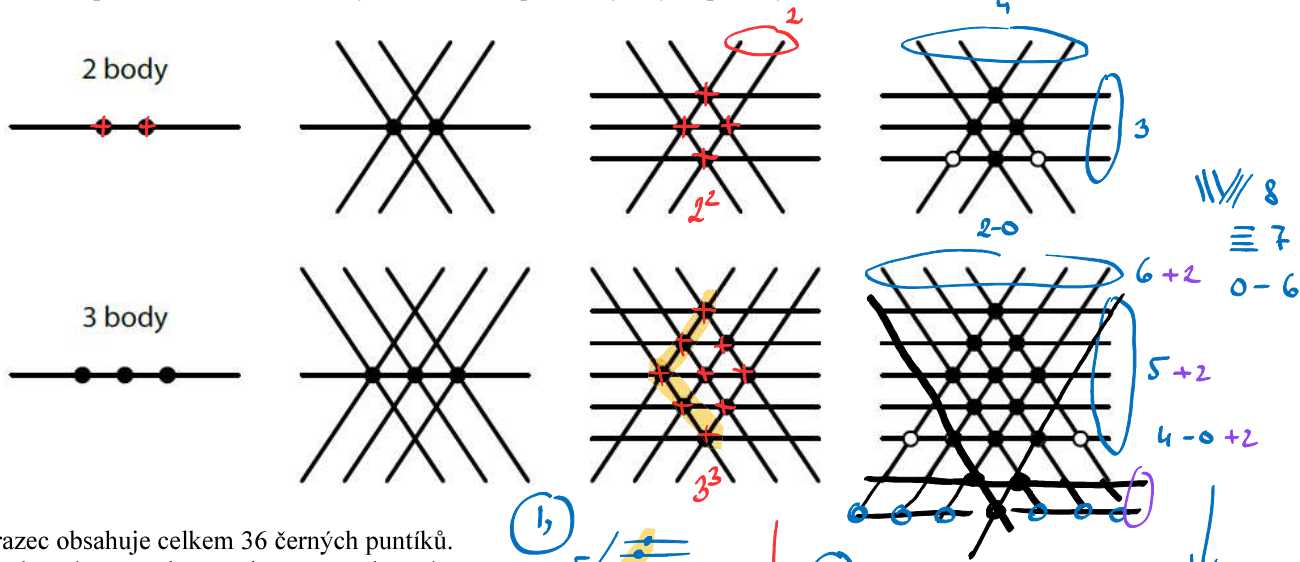
$$11 \cdot 10$$

$$\rightarrow 11$$



2) (Cermat 2022) Výsledný obrazec vytvoříme následujícím postupem:

1. Na vodorovné přímce sestrojíme několik stejně vzdálených bodů (černých puntíků).
2. Prvním černým puntíkem vedeme dvě různoběžné šikmé přímky. Druhým a každým dalším černým puntíkem vedeme rovnoběžky s oběma těmito přímkami.
3. Všechny nově vzniklé průsečíky označíme černými puntíky a těmi vedeme vodorovné přímky.
4. Na spodní vodorovné přímce označíme všechny nově vzniklé průsečíky bílými puntíky.



- a) Výsledný obrazec obsahuje celkem 36 černých puntíků.
Určete počet všech vodorovných přímek v tomto obrazci.

$$\sqrt{36} = 6$$

$$36 = 6 \times 6$$

- b) Výsledný obrazec obsahuje celkem 49 vodorovných přímek.
Určete počet bílých puntíků na spodní vodorovné přímce tohoto obrazce.

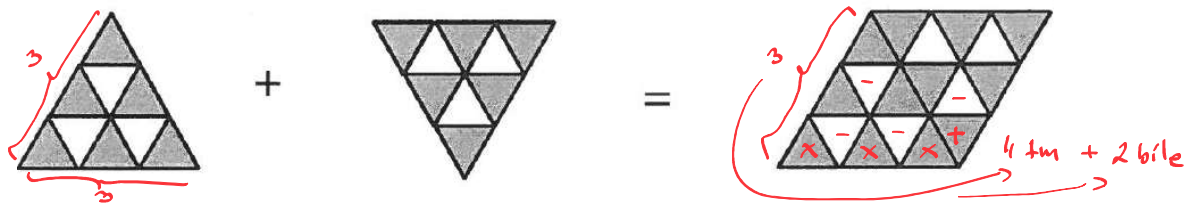
$$48$$

- c) Výsledný obrazec má na spodní vodorovné přímce celkem 64 bílých puntíků.
Určete počet všech černých puntíků v tomto obrazci.

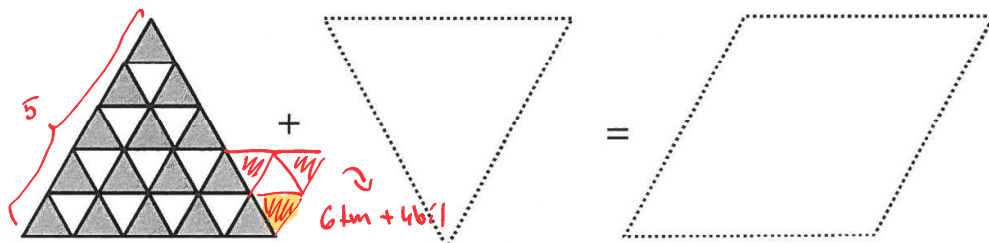
$$33 \times 33 = 1089$$

Trojúhelník 1

(Cermat 2017) V rovnostranném trojúhelníku se v jednotlivých řadách pravidelně střídají tmavé a bílé shodné trojúhelníčky. Ze dvou shodných trojúhelníků je vytvořen kosočtverec.



Obdobným způsobem lze z větších trojúhelníků vytvořit kosočtverec s větším počtem řad.



- a) Kosočtverec má v každé řadě 4 bílé trojúhelníčky. Určete počet tmavých trojúhelníků v kosočtverci.

$$4 \text{ bílé} \rightarrow 6 \text{ tm} \rightarrow 5 \text{ řad} \quad 6 \cdot 5 = \boxed{30}$$

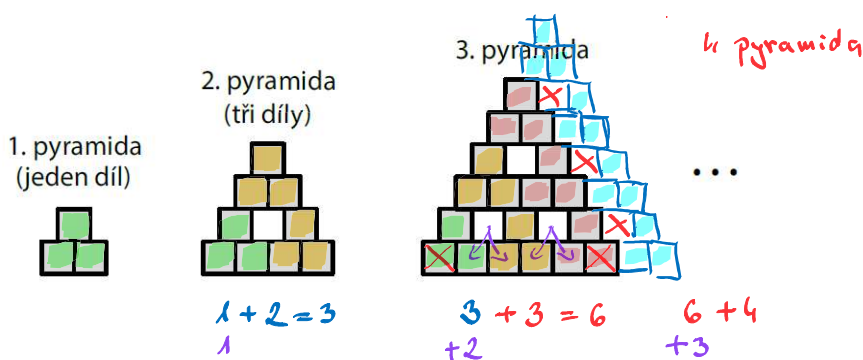
- b) Kosočtverec má v každé řadě 6 tmavých trojúhelníků. Určete počet všech trojúhelníků (bílých i tmavých) v kosočtverci.

$$5 \cdot 10 = \boxed{50} \quad 6 \text{ tm} + 4 \text{ bílé} = 10$$

- c) Kosočtverec má v každé řadě 21 tmavých trojúhelníků. Určete počet všech trojúhelníků (bílých i tmavých) v kosočtverci.

$$21 \text{ tm} \rightarrow 19 \text{ svět} \rightarrow 20 \text{ řad} \quad 40 \cdot 20 = \boxed{800} \quad (21+19) \cdot 20 = \boxed{800}$$

2) (Cermat 2021) Každý díl stavebnice se skládá ze tří stejných krychlíček. Všechny díly jsou stejné. Z dílů stavíme stále větší pyramidy jako na obrázku. Nejmenší pyramidu tvoří jediný díl. Druhá pyramidu sestavená ze 3 dílů má 1 otvor, 4 řady a ve spodní řadě 4 krychličky. Každá další pyramidu bude o dvě řady vyšší než předchozí pyramidu.



- a) Pyramidu má ve spodní řadě 50 krychlíček. Určete počet otvorů ve druhé řadě zdola.

$$50 - 2 = 48 \quad 48 : 2 = \boxed{24}$$

- b) Pyramidu má celkem 10 otvorů. Určete počet krychlíček v celé pyramidě.

$$1 + 2 + 3 + 4 \rightarrow 5 \text{ pyramidu} \quad 15 \text{ dílů} \cdot 3 = \boxed{45 \text{ krychlíček}}$$

- c) Pyramidu je sestavena z 21 dílů. Určete počet krychlíček ve spodní řadě.

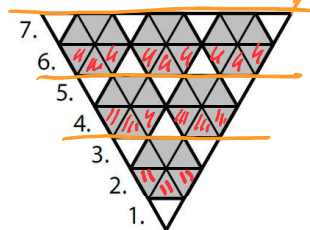
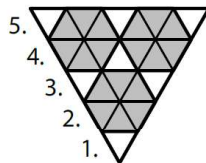
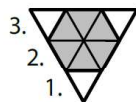
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \rightarrow 6 \text{ pyramidu} \rightarrow 6 \text{ dílů ve spodní řadě} \quad \boxed{12 \text{ krychlíček}}$$

Trojúhelník 2

1) (Cermat 2021) Trojúhelníkové obrazce se podle vzoru sestavují z tmavých šestiúhelníků a bílých trojúhelníků. Šestiúhelník se skládá ze 6 shodných tmavých trojúhelníků. Na obrázku jsou tři nejmenší trojúhelníkové obrazce. Jednotlivé řady obrazce jsou očíslovány vždy od nejkratší po nejdelší. Obrazec má 19 řad.

Určete počet bílých trojúhelníků v 9. řadě.

5



Určete počet tmavých trojúhelníků v 16. řadě.

24

2 3
4 6
6 9
8 12
10 15
12 18
14 21
16 24

$$16 \cdot \frac{3}{2} = 24$$

lich.
1 1
3 2
5 3
7 4
9 5

Určete počet tmavých šestiúhelníků v celém obrazci.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

$$19 - 3 = 16$$

$$16 : 2 = 8$$

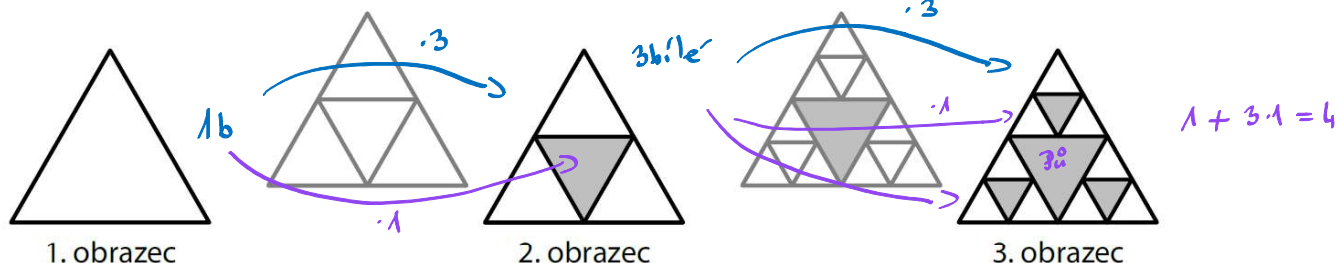
pasů s 6-úhelníky

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 16-7 \\ 4-5 \\ 1-3 \end{array}$$

2) (Cermat 2023) Prvním obrazcem je bílý rovnostranný trojúhelník. Každý další obrazec vznikne z předchozího obrazce dle následujících pravidel:

1. Nejprve každý bílý trojúhelník v obrazci rozdělíme na 4 shodné rovnostranné trojúhelníky.

2. Poté v každé takto vzniklé čtveřici bílých trojúhelníků obarvíme vnitřní trojúhelník na šedo.



a) Určete, kolik bílých trojúhelníků obsahuje pátý obrazec.

$$9 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

b) Šestý obrazec obsahuje 121 šedých trojúhelníků.

Určete, kolik šedých trojúhelníků obsahuje sedmý obrazec.

$$81 \cdot 3 = 243$$

3
1

243 · 3
243

ty už měl
Přibily + 121

$$\begin{array}{r} 243 \\ + 121 \\ \hline 364 \end{array}$$

c) Počet šedých trojúhelníků v posledním a v předposledním obrazci se liší o 6 561.

Určete, kolik bílých trojúhelníků obsahuje poslední obrazec.

6561 ?

3

1

6561 + ?

$$\begin{array}{r} 6561 \\ \cdot 3 \\ \hline 19683 \\ \hline 13683 \end{array}$$

Atypické úlohy

1) (Cermat 2019, Cermat 5. ročník 2018 – první dvě otázky) Na kruhové autodráze jezdila v sousedních drahách dvě autíčka, první autíčko ve vnitřní dráze, druhé ve vnější dráze. Obě autíčka startovala současně z jedné startovní čáry. První autíčko ujelo každá 4 kola za stejnou dobu, za kterou ujelo druhé autíčko 3 kola. Během jízdy autíčka neměnila svou rychlost.

a) Obě autíčka vystartovala stejným směrem. První autíčko ujelo prvních 10 kol. Určete, kolikrát během této jízdy dostihlo druhé autíčko.

$$2 \times$$

4
8

1..... 4 k
2..... 3 k



b) Obě autíčka vystartovala stejným směrem. Druhé autíčko ujelo prvních 50 kol. Určete, kolikrát ho během této jízdy dostihlo první autíčko.

$$16 \times$$

$$50 : 3 = 16 \text{ zby } 2$$

c) Druhé autíčko vystartovalo v opačném směru než první autíčko. Druhé autíčko ujelo prvních 5 kol. Určete, kolikrát se během této jízdy obě autíčka minula. (Poprvé se obě autíčka minula hned po startu.)

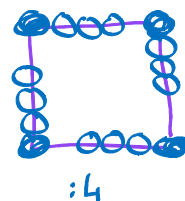
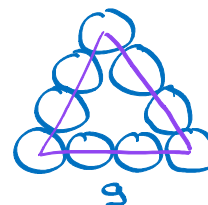
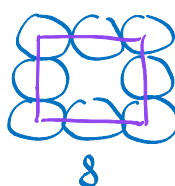
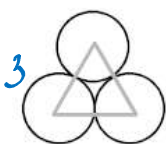
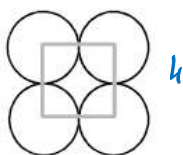
$$5 + 6 + 1 = 12 \text{ kol}$$

$$5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$



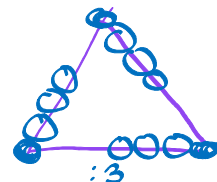
2) (Cermat 2017) Mince stejné velikosti rozmístíme obdobně jako na obrázcích těsně vedle sebe tak, aby svými středy vymezily dva obrazce - čtverec a rovnostranný trojúhelník. V obou obrazcích se počty použitých mincí musí lišit o jednu minci.

Například:



Z celkového počtu 7 mincí případnou 4 mince na čtverec a 3 mince na trojúhelník, což zapíšeme (4,3).

Z celkového počtu 17 mincí případně 8 mincí na čtverec a 9 mincí na trojúhelník, což zapíšeme (8,9).



a) Celkový počet mincí použitých k vymezení obou obrazců může být od 20 do 50. Uveďte všechny dvojice čísel, které za uvedených podmínek vyjadřují počty mincí, které případnou na čtverec a trojúhelník.

$$20 \rightarrow 50$$

8 - málo

$$12 \quad 4/13$$

$$16 \quad 15 \quad \checkmark$$

$$20 \quad 21 \quad \checkmark$$

$$24 \quad 23/25$$

$$(16; 15) \\ (20; 21)$$

b) Celkový počet mincí použitých k vymezení obou obrazců může být od 50 do 100. Uveďte všechna čísla, která za daných podmínek představují přesný celkový počet mincí použitých k ohraničení obou obrazců.

$$50 \rightarrow 100$$

24 - málo

$$28 + 27 = 55$$

$$32 + 33 = 65$$

$$36 \quad 35/37$$

$$40 + 39 = 79$$

$$44 + 45 = 89$$

$$48 \quad 47/49$$

$$55, 65, 79, 89$$